数理解析研究所講究録
596巻 1986年 41-53

音声・データ複合交換システムの最適制御

京都工繊大学　塩山忠義 (Tadayoshi Shioyama)
名古屋工業大学　大野勝久 (Katsuhisa Ohno)

1. はじめに

多元トラヒックを取扱う交換方式としては時分割回線交換方式とパケット交換方式があり、前者は音声のような呼損系で長い同期的なメッセージに適し、後者はデータのような待時系で短い非同期なメッセージに適する。伝送回線の共用の効率化と伝送要求に対するサービスの多様化にこたえるため、上記両方式の複合交換方式が提案され性能解析に関する研究がなされてきた[1～5]。

一般に複合交換方式においてトラヒックは固定数のスロットに細分化されたフレーム単位で伝送され、音声はフレーム内の回線交換用のスロットで、一方、データはフレーム内のパケット交換用のスロットにより伝送される。これらスロットの配分方式は固定配分方式と動的配分方式の2つに大別される。固定配分方式[1]においては音声用スロットとデータ用

スロットの配分が固定されており、動的配分方式においては各スロットの境界は固定されているが音声用スロットに空きが有ればデータはその空きスロットを使用できる可動境界方式[2～4]とその境界が固定されていない動的境界方式[5]がある。しかし、複合交換方式における音声用スロットとデータ用スロットの境界を最適に制御する方式はまだ論じられていないように思われる。

本報告ではこの複合交換システムの状態に応じて新しく到着した音声の呼を受け入れるか、拒否するかの2つの制御を行うことにより音声とデータの境界を最適に制御する問題を取り扱う。前報告[6]において我々は取扱いが容易な割引を伴うマルコフ決定過程を用いて問題を考察した。本報告ではより現実的であると思われる割引を伴わないマルコフ決定過程として問題を取扱う。費用としてはデータの待時費用と音声の呼損費用を考慮し、時間平均費用を最小にする最適制御政策の性質について検討し、それがコントロール・リミット政策になることを示すのが本報告の目的である。

2. 複合交換システム

複合交換システムにおいては伝送路は固定長のフレーム構造を成し、各フレームはM ケの固定長スロットに分割される。簡単化のために、以下フレーム長を時間の単位とする。音声

はフレーム内のある数のスロットを割り当てられ、時分割回線交換方式で伝送される。音声の呼の到着は平均λ(calls/frame)のベルヌーイ試行に従い、その処理時間は平均処理率μ(calls/frame)の指数分布に従うものとする。ただし、1フレーム内での音声の処理終了は高々1ケであり、また$\lambda < 1-(M+1)\mu$を仮定する。この仮定は現実のシステムにおいて通常満たされている[3]。

フレーム内の残りのスロットはパケット交換されるデータに割り当てられる。データ・パケットは1スロットの長さを持ち、その到着は平均λ_p(packets/frame)のポアソン分布に従うものとする。到着したデータ・パケットは次のフレームの始めまで容量Lのバッファ内で待機する。このとき、システムの状態はベクトル$\vec{i}=(i_1, i_2)$で表わすことができる。ここでi_1は処理中の音声呼の数を表わし、i_2はバッファ内で待機中のデータ・パケットの数である。

データ・パケットの1フレームの待時費用を単位費としてとり、音声の呼の呼損費用をαとする。また、データ・パケットがバッファからあふれたときの損失費用をα_pとおく。システムの状態$\vec{i}$は各フレームの始めで観測され、その状態に応じてそのフレーム内で新たに到着した音声の呼に対して拒否あるいは受入の制御を行ない、時間平均費用が最小になるよう

に境界を制御する。ただし、$i_1 = M$ となる状態においては拒否しか許されないものとする。

3、最適制御問題の定式化

前節で述べた最適制御問題を割引を伴わないマルコフ決定過程として定式化する。集合 $\{\tilde{i} = (i_1, i_2); i_1 = 0, 1, \cdots, M, i_2 = 0, 1, \cdots, L\}$ を状態空間 S ととり、フレームの始めの状態が $\tilde{i}$ のとき、決定 $a(\tilde{i})$ を"0"あるいは"1"から選択する。ここで"$0\,(1)$"はそのフレーム内で生起する音声の新しい到着呼の"拒否（受入）"を意味するものとする。政策はシステムの状態に依存する決定の集合 $\{a(\tilde{i}); \tilde{i} \in S\}$ として与えられる。

フレームの始めに状態 $\tilde{i}$ で決定 $a(\tilde{i})$ を選択するとき、システムが次のフレームの始めに状態 $\tilde{j}$ へ遷移する確率を $P(\tilde{i}, \tilde{j}; a(\tilde{i}))$ とする。記述の便宜上、$\bar{l}(\tilde{i}), \bar{L}(\tilde{i}), g(k), \tilde{g}(k)$ を次のように定義する。

$$\bar{l}(\tilde{i}) \equiv (i_1 + i_2 - M)^+$$

$$\bar{L}(\tilde{i}) \equiv L - \bar{l}(\tilde{i})$$

$$g(k) \equiv \lambda_p^k e^{-\lambda_p} / k! \quad , \quad k = 0, 1, 2, \cdots$$

$$\tilde{g}(k) \equiv g(k) \quad , \quad k = 0, 1, 2, \cdots, \bar{L}(\tilde{i}) - 1$$

$$\equiv \sum_{\bar{L}(\tilde{i})}^{\infty} g(k) \quad , \quad k = \bar{L}(\tilde{i})$$

但し、$(x)^+ \equiv \max(0, x)$ とする。前節の λ と μ に関する仮定より $P(\tilde{i}, \tilde{j}; a(\tilde{i}))$ は $\tilde{i} \in \{\tilde{i} = (i_1, i_2); i_1 = 1, 2, \cdots, M, i_2 = 0, 1, \cdots, L\}$ と $j_2 =$

$\bar{l}(\mathbf{i})$, $\bar{l}(\mathbf{i})+1, \cdots, L$ に対して次のように与えられる。

$$P(\mathbf{i},(i_1-1,j_2);a(\mathbf{i})) = (1-\lambda a(\mathbf{i}))i_1\mu\tilde{g}(j_2-\bar{l}(\mathbf{i})) \tag{1}$$

$$P(\mathbf{i},(i_1,j_2);a(\mathbf{i})) = \{\lambda a(\mathbf{i})i_1\mu+(1-\lambda a(\mathbf{i}))(1-i_1\mu)\}\tilde{g}(j_2-\bar{l}(\mathbf{i})) \tag{2}$$

$$P(\mathbf{i},(i_1+1,j_2);a(\mathbf{i})) = \lambda a(\mathbf{i})(1-i_1\mu)\tilde{g}(j_2-\bar{l}(\mathbf{i})) \tag{3}$$

上記以外の $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ にたいしては $P(\mathbf{i},\mathbf{j};a(\mathbf{i}))=0$ である。

システムが状態 $\mathbf{i}$ に有り、決定 $a(\mathbf{i})$ が選択されたとき、そのフレーム内でのデータ・パケットの待時費用 C_h は

$$C_h = \bar{l}(\mathbf{i})+\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{\bar{L}(\mathbf{i})}k\,g(k)+\frac{\bar{L}(\mathbf{i})}{2}\left\{1-\frac{\bar{L}(\mathbf{i})+1}{\lambda_p}\right\}\sum_{k=\bar{L}(\mathbf{i})}^{\infty}g(k)+\frac{\bar{L}(\mathbf{i})+1}{2}g(\bar{L}(\mathbf{i})-1)+\frac{\bar{L}(\mathbf{i})}{2}\sum_{k=\bar{L}(\mathbf{i})+1}^{\infty}g(k)$$

で与えられ、音声呼の呼損費用は $C_r=\alpha\lambda(1-a(\mathbf{i}))$ で与えられる。また、バッファが全て占有されているときのデータ・パケットの損失費用 C_l は

$$C_l = \alpha_p\sum_{k=\bar{L}(\mathbf{i})+1}^{\infty}\{k-\bar{L}(\mathbf{i})\}g(k)$$

で与えられる。したがって、状態 $\mathbf{i}$ で決定 $a(\mathbf{i})$ を選択したときのそのフレーム内での直接期待費用 $C(\mathbf{i};a(\mathbf{i}))$ は

$$C(\mathbf{i};a(\mathbf{i})) = C_h+C_r+C_l \tag{4}$$

で表わされる。求める最適政策のもとでえられる最小の時間平均費用を g^* で表わす。このとき、g^* は次の割引を伴わないマルコフ決定過程の最適方程式[7]から求めることができる。

$$v^*(\mathbf{i}) = \min_a\left[C(\mathbf{i};a)-g^*+\sum_{\mathbf{j}\in S}P(\mathbf{i},\mathbf{j};a)v^*(\mathbf{j})\right],\quad \mathbf{i}\in S. \tag{5}$$

ただし、相対値 $v^*(\mathbf{0})=0$ とおく。したがって、問題は(5)式の右辺を最小にする政策を求めることである。

4、コントロール・リミット政策

状態空間 S 上での半順序 $\leqq$ を次のように定義する。

$$\mathbf{i}=(i_1,i_2)\leqq \mathbf{j}=(j_1,j_2) \quad \text{if and only if} \quad i_1\leqq j_1 \text{ and } i_2\leqq j_2.$$

状態空間 S 上での半順序 $\leqq$ に関して単調増加する全ての非負値関数の集合を $\mathbb{F}$ とおき、また、単調減少する全ての 0－1 値関数の集合を $\mathbb{G}$ で表わす。政策 $\{a(\mathbf{i});\mathbf{i}\in S\}$ が $\mathbb{G}$ に属するときコントロール・リミット政策とよぶ[8]。

以下にコントロール・リミット政策の最適性を証明するために(5)式に対する次の反復法[7]を考える。$v_0(\mathbf{i})=0$ $(\mathbf{i}\in S)$ であり、$n=1,2,\cdots$ にたいして

$$g_n=\min_a\Big[C(\mathbf{0};a)+\sum_{\mathbf{j}}P(\mathbf{0},\mathbf{j};a)v_{n-1}(\mathbf{j})\Big] \tag{6a}$$

$$v_n=\min_a\Big[C(\mathbf{i};a)-g_n+\sum_{\mathbf{j}}P(\mathbf{i},\mathbf{j};a)v_{n-1}(\mathbf{j})\Big],\ \mathbf{i}\in S \tag{6b}$$

$P(\mathbf{i},\mathbf{j};a)$ が単一のエルゴード連鎖を持ち、全てのエルゴード状態が非周期的ならば(6)は $n\to\infty$ のとき $g_n\to g^*$, $v_n(\mathbf{i})\to v^*(\mathbf{i})$ と収束することが示されている[9]。今、$V_n(\mathbf{i},a)$ を

$$V_n(\mathbf{i},a)\equiv C(\mathbf{i};a)-g_{n+1}+\sum_{\mathbf{j}}P(\mathbf{i},\mathbf{j};a)v_n(\mathbf{j}) \tag{7}$$

で定義すれば $V_n(\mathbf{i},a)$ と $v_n(\mathbf{i})$ の単調性が次の命題で示される。

命題1、　任意の n に対して

$$V_n(\cdot,a)\in\mathbb{F}\ ,\ v_n\in\mathbb{F}.$$

(証明)　記述の簡単のため $\mathbf{e}_1,\mathbf{e}_2,\mathbf{e}$ を $\mathbf{e}_1=(1,0)$, $\mathbf{e}_2=(0,1)$, $\mathbf{e}=(1,1)$ とおく。$I(\mathbf{i})>0$ のとき(4)式から次の関係が得ら

れる。

$$C(\mathring{i};a)-C(\mathring{i}-e_1;a)=C(\mathring{i};a)-C(\mathring{i}-e_2;a)$$

$$=1-\sum_{k=\bar{L}(\mathring{i})}^{\infty}g(k)+\left\{\alpha_p+\frac{1}{\lambda_p}(\bar{L}(\mathring{i})+1)\right\}\sum_{k=\bar{L}(\mathring{i})+1}^{\infty}g(k)>0$$

一方、$\bar{l}(\mathring{i})=0$ のとき次式が成り立つ。

$$C(\mathring{i};a)=C(\mathring{i}-e_1;a).$$

従って

$$C(\mathring{i};a)-C(\mathring{i}-e_1;a)\geqq 0$$

同様に

$$C(\mathring{i};a)-C(\mathring{i}-e_2;a)\geqq 0$$

故に $\mathring{i}\geqq\mathring{i}'$ のとき

$$C(\mathring{i};a)-C(\mathring{i}';a)\geqq 0\text{、}\qquad(8)$$

$n=0$ とおいたときの(6)と(8)から $V_1(\mathring{i})$ は次の関係を満たす。

$$V_1(\mathring{i})-V_1(\mathring{i}')=\min_a V_0(\mathring{i};a)-\min_{a'}V_0(\mathring{i}';a')$$

$$\geqq V_0(\mathring{i};a^*)-V_0(\mathring{i}';a^*)=C(\mathring{i};a^*)-C(\mathring{i}';a^*)\geqq 0\qquad(9)$$

ただし、a^* は $V_1(\mathring{i})$ を与える決定を表わす。便宜上、$\gamma_k(\mathring{i})$ を

$$\gamma_k(\mathring{i})=k+\bar{l}(\mathring{i})\qquad,\quad k<\bar{L}(\mathring{i})$$

$$=L\qquad,\quad k\geqq\bar{L}(\mathring{i})$$

とおく。$V_n\in\mathbb{F}$ を仮定するとき以下の関係を得る。

$$V_n(\mathring{i},a)-V_n(\mathring{i}-e_1,a)=C(\mathring{i};a)-C(\mathring{i}-e_1;a)+\lambda a\sum_{k=0}^{\infty}i_1\mu g(k)[V_n(i_1,\gamma_k(\mathring{i}))-V_n(i_1-1,\gamma_k(\mathring{i}))]$$

$$+(1-\lambda a)(i_1-1)\mu\sum_k g(k)[V_n(i_1-1,\gamma_k(\mathring{i}-e_1))-V_n(i_1-2,\gamma_k(\mathring{i}-e_1))]+\lambda a(i_1-1)\mu\sum_k g(k)[V_n(i_1,\gamma_k(\mathring{i}-e_1))-V_n(i_1-1,\gamma_k(\mathring{i}-e_1))]$$

$$+\lambda a(1-i_1\mu)\sum_k g(k)[V_n(i_1+1,\gamma_k(\mathring{i}))-V_n(i_1,\gamma_k(\mathring{i}))]+\lambda a\sum_k g(k)[V_n(i_1,\gamma_k(\mathring{i}))-V_n(i_1,\gamma_k(\mathring{i}-e_1))]$$

$$+(1-\lambda a-i_1\mu)\sum_k g(k)[\tilde{V}_n(i_1,\mathbf{r}_k(\mathbf{i}))-\tilde{V}_n(i_1-1,\mathbf{r}_k(\mathbf{i}-\mathbf{e}_1))]+i_1\mu\sum_k g(k)[\tilde{V}_n(i_1-1,\mathbf{r}_k(\mathbf{i}))-\tilde{V}_n(i_1-1,\mathbf{r}_k(\mathbf{i}-\mathbf{e}_1))]$$

$$\geqq 0$$

同様に次の関係が示される。

$$V_n(\mathbf{i},a)-V_n(\mathbf{i}-\mathbf{e}_2,a)\geqq 0$$

故に $\mathbf{i}\geqq\mathbf{i}'$ にたいして

$$\tilde{V}_{n+1}(\mathbf{i})-\tilde{V}_{n+1}(\mathbf{i}')=\min_a V_n(\mathbf{i},a)-\min_{a'} V_n(\mathbf{i}',a')\geqq V_n(\mathbf{i},a^*)-V_n(\mathbf{i}',a^*)\geqq 0 \qquad (10)$$

ただし．a^* は $\tilde{V}_{n+1}(\mathbf{i})$ を与える決定を示す。(9)と(10)から帰納法により命題1が得られる。 □

次の関係

$$\tilde{f}^1(\mathbf{i})\equiv f(\mathbf{i})-2f(\mathbf{i}-\mathbf{e}_1)+f(\mathbf{i}-2\mathbf{e}_1)>0 \qquad (11a)$$

$$\tilde{f}^2(\mathbf{i})\equiv f(\mathbf{i})-2f(\mathbf{i}-\mathbf{e}_2)+f(\mathbf{i}-2\mathbf{e}_2)>0 \qquad (11b)$$

$$\tilde{f}^3(\mathbf{i})\equiv f(\mathbf{i})-f(\mathbf{i}-\mathbf{e}_1)-f(\mathbf{i}-\mathbf{e}_2)+f(\mathbf{i}-\mathbf{e})>0 \qquad (11c)$$

を満たす全ての非負値関数 $f(\mathbf{i})$ の集合を $\tilde{\mathbb{F}}$ で表わす。また、$\Delta\tilde{V}_n$，2次元ベクトル $\Delta\mathbb{C}$，2×2次元マトリクス $\mathbb{R}$ を次のように定義する。

$$\Delta\tilde{V}_n\equiv\max_{i_1}\{\tilde{V}_n(i_1,L)-\tilde{V}_n(i_1,L-1)\},$$

$$\Delta\mathbb{C}\equiv(\Delta C_1,\Delta C_2)^T,$$

$$\mathbb{R}\equiv\begin{bmatrix} s_1 & s_2\\ t_1 & t_2\end{bmatrix}, \qquad \mathbb{S}\equiv(s_1,s_2)$$

ただし $\Delta C_1\equiv C((M,L);a)-C((M,L-1);a)$，$\Delta C_2\equiv C((M-1,L);a)-C((M-1,L-1);a)$，

$s_1\equiv\{1-(1-\lambda)M\mu\}g(0)$，$s_2\equiv g(0)-s_1$，$t_1\equiv\lambda\{1-(M-1)\mu\}\{g(0)+g(1)\}$，$t_2\equiv g(0)+g(1)-t_1$

補題1． $m=0,1,\cdots,n$ にたいして $\tilde{V}_m\in\tilde{\mathbb{F}}$ ならば次の関

係が成り立つ。

$$\Delta V_n \leqq \Delta C_1 + s\sum_{m=0}^{n-2} \mathbb{R}^m \Delta \mathbb{C} \leqq \Delta V \equiv \Delta C_1 + s\sum_{m=0}^{\infty} \mathbb{R}^m \Delta \mathbb{C}$$

ただし、$n-2<0$ のとき $\sum_{m=0}^{n-2}\mathbb{R}^m = 0$ とする。ΔV は次式で与えられる。

$$\Delta V = [(\alpha_p+\frac{1}{\lambda_p})\{(1-t_2)(1-g(0))+s_2(1-g(0)-g(1))+\frac{s_2}{\lambda_p}\{1-g(0)-g(1)+\lambda_p g(0)\}]/\{(1-s_1)(1-t_2)-s_2t_1\}$$

(証明)　仮定より V_n は (11.c) を満たすため次の関係が得られる。

$$V_n(i_1,L)-V_n(i_1,L-1) \geqq V_n(i_1-1,L)-V_n(i_1-1,L-1)$$

従って

$$\Delta V_n = V_n(M,L)-V_n(M,L-1) \leqq \Delta C_1 + \sum_{\mathring{j}}\{P((M,L),\mathring{j};a^*)-P((M,L-1),\mathring{j};a^*)\}V_{n-1}(\mathring{j})$$

が成り立つ。ただし a^* は $V_n(M,L-1)$ を与える決定とする。便宜上2次元ベクトル $\mathbb{Z}_n$ を

$$\mathbb{Z}_n \equiv (z_n^1, z_n^2)^T,\ z_n^1 \equiv V_n(M,L)-V_n(M,L-1),\ z_n^2 \equiv V_n(M-1,L)-V_n(M-1,L-1)$$

で定義すると次の関係を得る。

$$\mathbb{Z}_n \leqq \Delta\mathbb{C} + \mathbb{R}\,\mathbb{Z}_{n-1}$$

$$\Delta V_n \leqq \Delta C_1 + s\,\mathbb{Z}_{n-1} \leqq \Delta C_1 + s\sum_{m=0}^{n-2}\mathbb{R}^m\Delta\mathbb{C}$$

$\mathbb{R}$ のスペクトル半径は1より小さいため $\sum_{m=0}^{n-1}\mathbb{R}^m$ は $n\to\infty$ のとき $(\mathbb{I}-\mathbb{R})^{-1}$ に収束する。また、ΔC_1, ΔC_2 は

$$\Delta C_1 = (1-g(0))(\alpha_p+\frac{1}{\lambda_p}),\quad \Delta C_2 = \Delta C_1 - \{g(1)(\alpha_p+\frac{2}{\lambda_p})-(1-g(0))/\lambda_p - g(0)\}$$

で与えられ、補題1に示す ΔV が得られる。 □

$C(\mathring{i};a)$ の凸性を検討するために $\mathring{i}=(i_1,i_2)$ にたいして $\tilde{C}^1(\mathring{i})$, $\tilde{C}^2(\mathring{i})$, $\tilde{C}^3(\mathring{i})$ を次式

$$\tilde{C}^1(\mathring{i}) \equiv C(\mathring{i};a)-2C(\mathring{i}-\mathbb{e}_1;a)+C(\mathring{i}-2\mathbb{e}_1;a)$$

$$\tilde{C}^2(\vec{i}) \equiv C(\vec{i};a) - 2C(\vec{i}-e_2;a) + C(\vec{i}-2e_2;a)$$

$$\tilde{C}^3(\vec{i}) \equiv C(\vec{i};a) - C(\vec{i}-e_1;a) - C(\vec{i}-e_2;a) + C(\vec{i}-e;a)$$

で定義するとき次の補題を得る。

補題2. $\tilde{C}^1(\vec{i}), \tilde{C}^2(\vec{i}), \tilde{C}^3(\vec{i})$ は次式

$$\tilde{C}^1(\vec{i}) = \tilde{C}^2(\vec{i}) = \tilde{C}^3(\vec{i}) = \beta(\vec{i}) + \alpha_p g(\bar{L}(\vec{i})+1),$$

$$\beta(\vec{i}) \equiv -\frac{1}{\lambda_p}\sum_{k=\bar{L}(\vec{i})+2}^{\infty} g(k)$$

で与えられ、もし

$$\Delta \equiv \min_{\vec{i}\in S}\{\beta(\vec{i}) + \alpha_p g(\bar{L}(\vec{i})+1)\}$$

で定義される Δ が $\Delta > 0$ を満たすならば次の関係が成り立つ。

$$C(\cdot\,;a) \in \tilde{F}.$$

(証明) 略。

$\varepsilon_n, \bar{\varepsilon}_n, \tilde{\Delta}$ を次のように定義する。

$$\varepsilon_n \equiv \min_{k,\vec{i}\in S}\{\tilde{v}_n^k(\vec{i})\}$$

$$\bar{\varepsilon}_n \equiv \max_{k,\vec{i}\in S}\{\tilde{v}_n^k(\vec{i})\}$$

$$\tilde{\Delta} \equiv \min_{n\geq 1,\vec{i}\in S}\tilde{\Delta}_n(\vec{i})$$

ここで

$$\tilde{\Delta}_n(\vec{i}) \equiv \min\{\bar{\Delta}_n, \varepsilon_n\sum_{k=0}^{\bar{L}(\vec{i})} g(k) - \Delta v_n\, g(\bar{L}(\vec{i})+1)\}$$

$$\bar{\Delta}_n \equiv \varepsilon_n\sum_{k=0}^{\bar{L}(\vec{i})} g(k) - \Delta v_n\, g(\bar{L}(\vec{i})+1) + \varepsilon_n\lambda(l_1\mu)\sum_{k=0}^{\bar{L}(\vec{i})+1} g(k) - \lambda(3+l_1\mu)\bar{\varepsilon}_n$$

であり、$\tilde{v}_n^k(\vec{i})$ は(11)式で定義される。命題1，補題1，2より次の凸性に関する次の命題が導かれる。

命題2. もし、$\tilde{\Delta} > 0$ 且つ $\Delta > 0$ が満たされれば任意の

nにたいして次の関係が成り立つ。

$$V_n \in \tilde{\mathbb{F}}.$$

(証明) 補題2より

$$\Delta > 0 \text{ ならば } V_1 \in \tilde{\mathbb{F}}, \tag{12}$$

また、(1)−(4)と補題1, 2より

$$\Delta > 0,\ \tilde{\Delta} > 0 \text{ 且つ } V_n \in \tilde{\mathbb{F}} \text{ ならば } V_{n+1} \in \tilde{\mathbb{F}} \tag{13}$$

が成り立つ。故に(12)と(13)から帰納法により命題2が得られる。 □

$E_n(\hat{\imath})$を次式

$$E_n(\hat{\imath}) \equiv V_n(\hat{\imath}, 1) - V_n(\hat{\imath}, 0)$$

で定義すると、$E_n(\hat{\imath})$の単調性に関する次の補題が得られる。

補題3. もし、$V_n \in \tilde{\mathbb{F}}$ ならば E_nは次の関係を満たす。

$$E_n \in \mathbb{F}.$$

命題3. もし、$\Delta > 0$ 且つ $\tilde{\Delta} > 0$ ならば最適制御政策はコントロール・リミット政策で与えられる。

(証明) 次の条件

$$\Delta > 0 \text{ 且つ } \tilde{\Delta} > 0$$

が満たされるとき命題2と補題3より任意のnにたいして

$$E_n \in \mathbb{F} \tag{14}$$

が成り立つ。(14)と$V_{n+1}(\hat{\imath}) = \min_a V_n(\hat{\imath}, a)$と(7)の反復法の収束性より命題3が導かれる。 □

5. おわりに

回線交換とパケット交換の複合交換システムの最適制御問題を考察した。この制御問題をデータ・パケットの待時費用と音声呼の呼損費用から成る費用構造を持つ、割引を伴わないマルコフ決定過程により定式化した。Schweitzer の反復法の収束性とこの方法における相対値 $v_n(i)$ の半順序 ≦ に関する単調性および凸性とからコントロール・リミット政策の最適性が証明された。

参照文献

1 A.L.Garcia,R.H.Kwong and G.F.Williams,"Performance evaluation method for an integrated voice/data link,"IEEE Trans. on Commun.,vol.COM-30,no.8(1982)pp.1848-1858.

2 D.P.Gaver and J.P.Lehoczky,"Channels that cooperatively service a data stream and voice messages,"IEEE Trans. on Commun. vol. COM-30,no.5(1982)pp.1153-1161.

3 I.Gitman,W.N.Hsieh and B.J.Occhiogrosso,"Analysis and design of hybrid switching networks,"IEEE Trans. on Commun. vol.COM-29, no.9(1981)pp.1290-1300.

4 岡田,"複合処理系について" 数理解析研究所講究録 452 (1982) pp. 202-214.

5 A.G.Konheim and R.L.Pickhotz,"Analysis of integrated voice/data multiplexing,"IEEE Trans. on Commun. vol.COM-32, no.2(1984) pp.140-147.

6 T.Shioyama,K.Ohno and H.Mine,"An optimal control of an integrated circuit-and packet-switching system,"Proc. 11th International Teletraffic Congress,Kyoto(1985)Elsevier Science Publishers B.V.(North-Holland)pp.2.2A-3.1-2.2A-3.4.

7 P.J.Schweitzer,"Iterative solution of the functional equations of undiscounted Markov renewal programming,"J.Math.Anal.Appl. 34(1971)pp.495-501.

8 S.S.Lam and L.Kleinrock,"Packet switching in a multiaccess broadcast channel:dynamic control procedures,"IEEE Trans.on Commun.vol.COM-23,no.9(1975)pp.891-904.

9 P.J.Schweitzer,"Perturbation theory and Markov decision processes,"MIT Operations Research Center Technical Report no.15(1965).